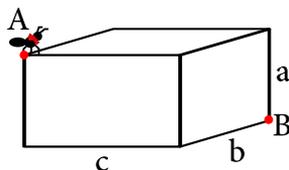


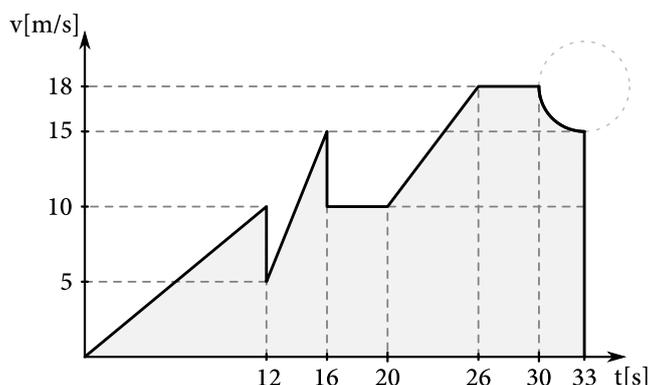
## Задания

- 1** Муравей Кико сидит на вершине прямоугольного параллелепипеда с размерами  $a \times b \times c$ , причём  $a < b < c$ . Он хочет попасть из точки  $A$  в точку  $B$  как можно быстрее. Скорость его движения равна  $v$ . Сколько времени это займёт?



- 2** Андрей учится ездить на моноцикле. На графике показано, с какой скоростью он двигался в течение своей поездки. Определите его среднюю скорость в м/с.

Решение найдите с минимальной точностью два десятичных разряда.



- 3** Михал и Мартин поехали в Краков автостопом. Михал стал на место, где в нужном направлении машины проходят с частотой 50 машин в минуту. Мартин стал на место с частотой 25 машин в минуту. С места Михала поездка в Краков длится 100 минут, с места Мартина 90 минут. Кто приедет в Краков статистически раньше и на сколько, если они знают, что автостопщику остановится одна из двухсот машин?

- 4** Бабушка Юстина обнаружила незнакомый алкогольный напиток. Она знает, что объёмная доля алкоголя 40 процентов, остаток практически полностью составляет вода. Чему равна доля массы алкоголя в процентах, если плотность этанола равна  $790 \text{ кг/м}^3$ ?

Решение запишите с точностью до десятых процента.

- 5** Ян едет на машине из города Липтовский Микулаш в город Липтовский Градок. С места он разгоняется с постоянным ускорением до максимальной допустимой скорости, движется равномерно с этой скоростью и потом тормозит до полной остановки. На равноускоренное и равнозамедленное движение он потратил время  $t_1$ . На обратном пути он спешит, но не может превысить допустимую скорость, значит, он должен двигаться ускоренно и замедленно с большим ускорением. На ускоренное и замедленное движение Ян потратил на обратном пути время  $t_2 < t_1$ . На сколько быстрее он доехал назад?

**6** Поливалка выпрыскивает воду плотности  $\rho$  с сопла с радиусом  $r$  скоростью  $v$  вертикально вверх. Какова масса воды, находящейся в каждый момент в воздухе?

**7** Яро хочет купить полый кирпич. В магазине продают совершенно полые (т.е. совсем пустые) кирпичи с длинами сторон  $k$ ,  $2k$  и  $4k$ . Поверхностная плотность материала, из которого они произведены, равна  $0,04 \text{ кг/м}^2$ .

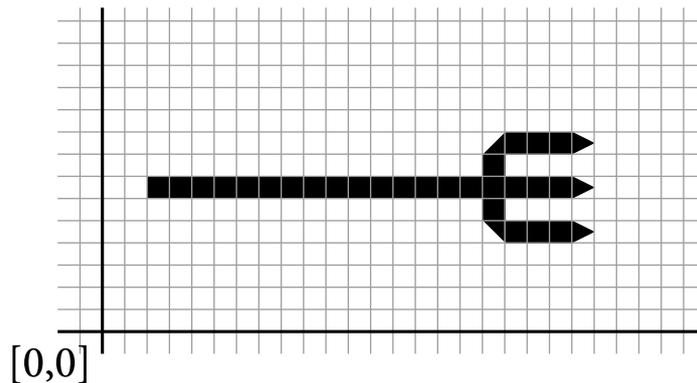
Но Яро хочет, чтобы его первый кирпич был специальным. Например тем, что он будет парить в воздухе. Определите параметр  $k$  такого кирпича.

*Решение дайте с точностью до сантиметров.*

**8** В один жаркий летний день Артур налил себе стакан своей любимой газировки. На поверхности образовался слой пенки. Верх пенки падает со скоростью  $u$  и уровень воды растёт со скоростью  $v$ . Какую часть объёма пенки представляет воздух?

**9** Со следующего года «Náboj» будут организовывать и в океанах. Но без соответствующего жезла организаторов там никто не будет уважать. Найдите координаты центра тяжести трезубца, если сетка состоит с квадратиков с размером  $a \times a$ .

*Решение сдайте в виде дроби.*



**10** В башни в Минас Тирит на высоте 3 м оборвался лифт. В кабине лифта стоит бедный хобит. Поскольку он знаком с физикой, он знает, что если точно перед моментом падения лифта подпрыгнуть, удар немного ослабится. Когда хобит стоит на земле, он может выпрыгнуть на высоту 0,7 м.

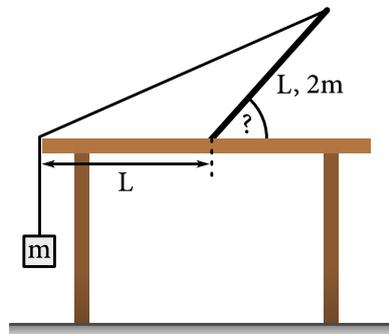
С какой высоты должен хобит упасть вне лифта, чтобы его скорость в момент падения была равна скорости при прыжке в лифте? Хобит прыгает в последний возможный момент и его массой можно пренебречь по сравнению с массой лифта.

*Решение дайте с точностью до см.*

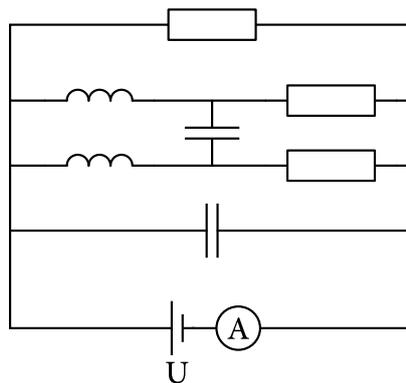
**11** Шпагетка (сказочный персонаж) оказалась погружена в большом озере. Но силы природы выбросили её наверх. Плотность Шпагетки  $200 \text{ кг/м}^3$  и ее можно считать цилиндром с радиусом основания  $0,3 \text{ м}$  и высотой  $1,8 \text{ м}$ . На какой максимальной высоте над поверхностью находилось верхнее основание Шпагетки, если в начальный момент Шпагетка плыла близко под поверхностью?

*Предполагайте, что Шпагетка все время находится в вертикальном положении. Течением воды и поверхностным натяжением можно пренебречь!*

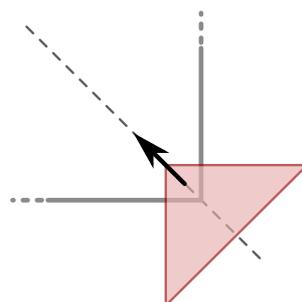
**12** Жердь длины  $L$  и массы  $2m$  прикрепена одним концом к столу так, что она может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси. К свободному концу жерди привязали невесомый канат, который висит через край стола при отсутствии трения. К канату прикрепили тело массой  $m$ . Расстояние конца жерди от грани стола также равно  $L$ . Какой угол должен быть между жердью и столом, чтобы она находилась в неустойчивом равновесном положении?



**13** Электрик Фери в своём ящике с хламом нашёл пару замечательных деталей (резисторы с сопротивлением  $R$ , конденсаторы с ёмкостью  $C$ , катушки с индуктивностью  $L$ , идеальные амперметры и провода) и составил из них контур. Затем он подключил его к источнику постоянного напряжения  $U$ . Какой ток показывает амперметр?



**14** Матуш перед барбекю решил поставить крышу на свою беседку. У него есть доска в форме прямоугольного равнобедренного треугольника, которую он хочет положить на две перпендикулярные стены беседки. Он начал толкать доску вдоль диагонали от угла (как показано на рисунке), пока не дошёл до максимального возможного расстояния, за которым бы доска перевесила. Какая часть крыши теперь покрывает внутреннее пространство беседки?



**15** Путешественник Иосиф заблудился в пустыне. Из инвентаря у него имеется только стеклянная призма с основанием в форме квадрата со стороной 10 см, высотой 20 см и показателем преломления 1,5. Верхняя грань призмы окрашена чёрной краской.

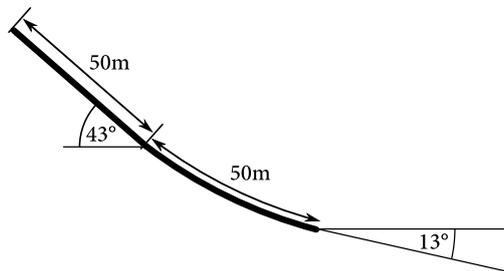
Через несколько дней он заметил, что тень основания обычно намного меньше чем основание. На какой максимальной высоте может находиться Солнце, чтобы основание призмы не отбрасывало тень?

**16** Температура на дне моря, глубокого 1 км, равна  $4^\circ\text{C}$ . Рыбка Дори медленно плавает на этой глубине. Обсуждая смысл жизни она выпускает пузырь радиусом 2 см, который поднимается вверх. Каким станет радиус пузыря на уровне поверхности воды, если температура воды на поверхности равна  $18^\circ\text{C}$ ? Считайте воду несжимаемой жидкостью и капиллярным давлением можно пренебречь. Дальше предполагайте, что воздух в пузыре сразу нагревается на температуру окружающей воды.

*Решение сдавайте с точностью до миллиметров.*

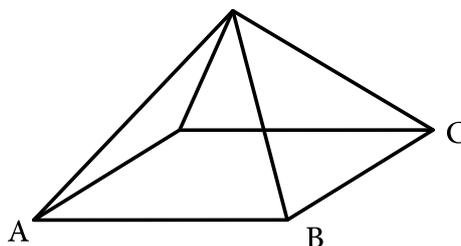
**17** Филипп начал заниматься адреналиновым видом спорта. Прошлой зимой он решил попробовать прыжки на лыжах с трамплина. Для этого он поднялся на трамплин, который показан на рисунке. Трамплин начинается наклонной плоскостью длиной 50 м с уклоном  $43^\circ$ , которая плавно переходит в дугу окружности длиной 50 м и угол между касательной в крайней точке и горизонтальной плоскостью равен  $13^\circ$ . Какую максимальную перегрузку испытывает Филип в течение своего скольжения по трамплину?

*Перегрузка определяется как ускорение тела по сравнению со свободным падением.*



**18** Адам любит банджи-джампинг. С пустым желудком его вес равен  $M$ , и после прыжка Адам колеблется с периодом  $T$ . Сколько блинов, каждый весом  $m$ , он должен съесть, чтобы период его движения продлился на пол периода дольше?

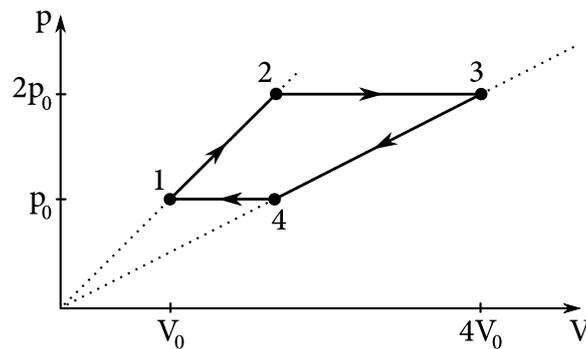
**19** Этим летом Катя была в отпуске в Египте. После приезда домой из восьми одинаковых проводов с коэффициентом линейного сопротивления  $\xi$  и длиной  $L$  она спаяла пирамиду (см. рисунок). Какое отношение сопротивлений между парами точек  $A-B$  и  $A-C$ ?



**20** Недавно Квик наблюдал за далёкими галактиками. Вид из Словакии ему уже надоел, поэтому он решил поехать в экзотичные страны. Лежа точно на экваторе он заметил над западным горизонтом спутник, движущийся на восток прямо в точку над ним. Перелет спутника с запада на восток длился 8 минут. На какой высоте над поверхностью Земли летел спутник? Предполагайте, что он двигался по круговой траектории. Не забудьте про вращательное движение Земли.

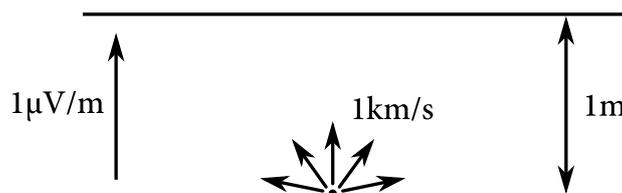
*Задача не имеет аналитического решения. Будут приняты решения, которые не отличаются от точного больше чем на 1 км.*

**21** Идеальный газ с начальными давлением  $p_0$ , объёмом  $V_0$  и температурой  $T_0$  прошёл круговым процессом изображенным в  $pV$ -графике. Перечертите этот процесс в  $VT$ -график. Количество молекул газа в течение процесса не изменялось. Не забудьте на осях указать все важные величины.

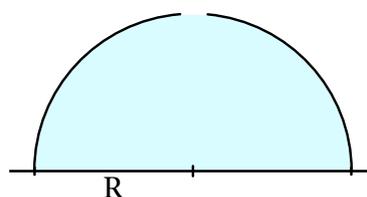


**22** В бесконечном плоском конденсаторе с расстоянием между пластинами 1 м и напряжённостью электрического поля  $1 \text{ мкВ/м}$ , на нижней электроде расположен изотропный источник электронов. Электроны вылетают со скоростью  $1 \text{ км/с}$  во всех направлениях. На какую площадь поверхности пластин конденсатора попадают электроны?

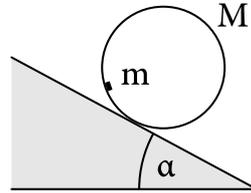
*Решение приводите с точностью до  $\text{м}^2$ .*



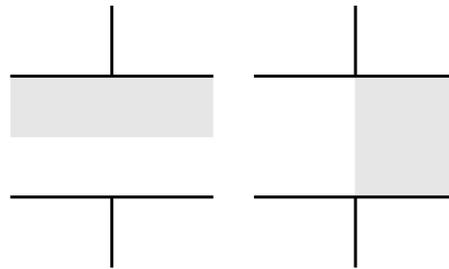
**23** Чайка готовить больше не будет! Полый сосуд формы половины шара радиусом  $R$  она перевернула днищем вверх и просверлила в нем дыру. Затем она начала наливать в него воду плотности  $\rho$ . Прежде чем сосуд заполнился, вода его подняла и вытекла. Какова максимальная масса сосуда, чтобы это могло случиться?



**24** В полый бочке массы  $M$  свободно лежит сыр формы прямоугольного параллелепипеда массой  $m$ . Коэффициент трения между бочкой и сыром равен  $\mu$ . Бочку с сыром положим на крутой склон. Какой может быть его максимальный наклон  $\alpha$ , чтобы бочка с него не скатывалась? Трение между бочкой и склоном достаточно, чтобы она не проскальзывала.



**25** В плоский конденсатор мы вложили диэлектрик с относительной проницаемостью  $\epsilon$  двумя разными способами. Сначала мы заполнили его верхнюю половину, а потом правую половину. Какое отношение ёмкостей конденсатора в первом и во втором случаях?

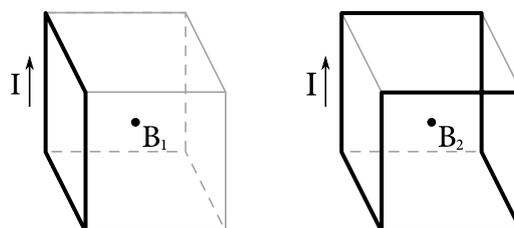


**26** Квик, Нина и Яро находятся на вершине горы Тарница в Польше. Сияясь заставить Яру хоть немного помолчать и послушать, Квик предлагает сыграть в игру с анемометром. Они становятся в трех вершинах квадрата со стороной 90 м так, что Квика и Нину соединяет его диагональ. Последовательно оба начинают кричать, при этом Яро слушает и замечает время, за которое звук от Квика (255 мс) и Нины (285 мс) дойдет до него.

Но Квик не учел одну вещь: для снятия показаний анемометра они с Ниной должны теперь слушать Яра, при этом звук дошел до Квика за 304 мс, а к Нине за 272 мс. Определите скорость ветра на Тарнице. Скорость распространения звука в польском воздухе нашим игрокам не известна.

Ответ приведите с точностью до одной десятой м/с.

**27** Электрические сети с сопротивлением уже никого не интересуют. Вместо этого Душан решил измерить величину магнитных полей. При циркуляции тока вокруг одной грани куба, в середине куба Душан измерил напряжение  $B_1$ . Он решил подложить вам свинью и создал проводник новой формы. Насколько больше будет напряжение магнитного поля в середине куба по сравнению с первым случаем?

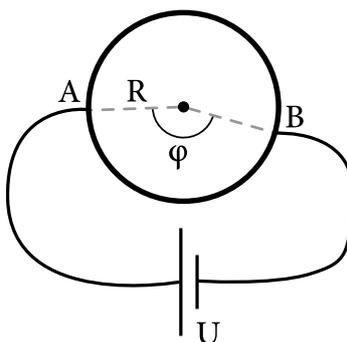


**28** Джим живёт на наклонной плоскости. Однажды он купил молоко в коробке формы параллелепипеда с высотой 3 дм и квадратным основанием со стороной длины 1 дм. Джим хочет выпить немного молока и потом положить коробку на другую наклонную плоскость с углом наклона  $30^\circ$  так, что ребро основания коробки параллельно горизонтали. Какое наибольшее количество молока может Джим оставить в коробке, чтобы она стояла стабильно?

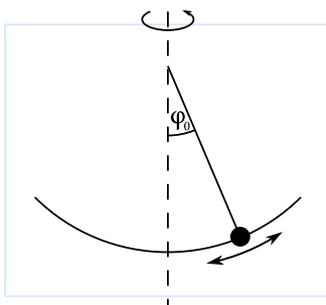
**29** Планета движется вокруг своей звезды по круговой траектории. Спокойное космическое пространство уже не такое, каким оно было раньше: везде пролетают несносные астероиды, догорающая звезда светит всё сильнее и близкая цивилизация запускает всё больше спутников и орущих электро-мобилей. Не удивительно, что планета не выдержала и от злости разорвалась на две части.

Обе части движутся в первоначальной плоскости движения, но теперь по параболическим траекториям, перигелии соответствуют положению планеты в момент взрыва. Какое отношение масс тяжелой и легкой частей?

**30** Смегол (Голлум) для развлечения в своём пещерном озере игрался с электронными компонентами. Он взял своё любимое кольцо с радиусом  $R$ , коэффициентом линейного сопротивления  $\lambda$  и подключил его к источнику постоянного напряжения  $U$  так, что между радиусами проведёнными к контактам угол  $\varphi$ . Затем Смегол измерил магнитную индукцию в центре кольца. Какую величину он получил?



**31** Владко играет с математическим маятником. Сначала он разместил его между двумя параллельными пластинками, чтобы ограничить его движение на плоскость. Затем он привел маятник с пластинками на вращение вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью. Маятник перешёл в стабильное положение отклонённое на угол  $\varphi_0$  от вертикали. Потом Владко слабо стукнул по маятнику, в результате чего маятник вышел из положения равновесия и начал колебаться. Определите отношение между периодом поворота маятника вокруг вертикальной оси и периодом этих малых колебаний.



**32** Плоскозем имеет форму бесконечной прямой пластинки, над которой на высоте  $h = 500$  км расположено сферическое Солнце радиусом  $R_{\odot} = 10$  км и температурой  $T_{\odot} = 5777$  К. Где-то под Солнцем образовалась обитаемая зона, т.е. поверхность, где температура равновесия находится в диапазоне  $0 - 30$  °С. Какая площадь этой зоны?

*Солнце и Плоскозем излучают по закону абсолютно чёрного тела. Плоскозем очень плохой проводник тепла и энергию излучает только в полупространство над ней. Угловым размером Солнца при виде из Плоскозема пренебречь. Правильными считаются решения, которые от правильной величины не отличаются больше чем на  $10\,000$  км<sup>2</sup>.*

**33** Космонавт стоит на небольшом сферическом астероиде массы  $M$  и радиуса  $R$ . Поверхность астероида не особо богата интересными событиями. Космонавту стало скучно, и он решил попрыгать. С определённой скоростью он прыгнет под углом  $45^\circ$  относительно поверхности и летит в пространство. Через некоторое время он приземляется на расстоянии одной четверти периметра астероида. Сколько длился его полёт?

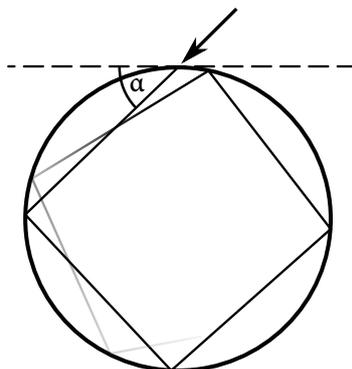
*Массу астероида считайте существенно больше массы астронавта.*

**34** Квик – автопират. Зря ему кричал Яро : «Тормози, тормози, горит красный!», – он весело газировал. Только после того как Квик проехал через перекрёсток на красный, он начал думать, как бы он отмазался, если бы его остановили полицейские. С какой скоростью он должен въехать на перекрёсток, чтобы он видел красный цвет как зелёный? Длина волны зелёного света  $550$  нм и красного  $660$  нм.

*Решение дайте в виде дроби в которую входит скорость света.*

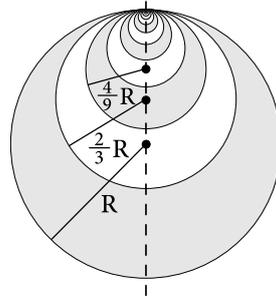
**35** Две лягушки – Катка и Владко висят на тросе переброшенном через блок, причём они находятся от него на одинаковом расстоянии  $H$ . Владко в два раза тяжелее чем Катка. Чтобы система не двигалась, со стороны Катки к тросу прикреплен груз с такой же массой. Катка начала подниматься с постоянной скоростью относительно троса. Которая лягушка дойдёт до блока раньше и как далеко от блока будет в этот момент другая лягушка?

**36** Рэпер Саймон на заработанные деньги купил шикарный кабриолет с блестящими колесами радиуса  $R$ . Если внутрь колеса светит лазер в плоскости перпендикулярной его оси, лазерный луч отражается от стенок практически бесконечное время. Определите силу **тяги** действующую на обрuch колеса, если мощность лазера  $P$ , лазер светит время  $t$  и угол падения луча  $\alpha$ ?

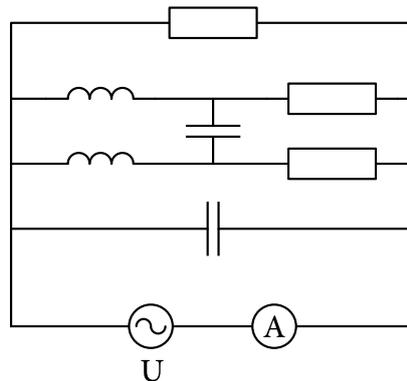


**37** Самко купил в магазине большой лук. Он забыл его на балконе и внутренняя часть лука отсохла. Лук теперь имеет форму шара радиусом  $R$ , внутри которого находится полый шар радиусом  $\frac{2}{3}R$ . В этой полости находится еще один полный шар радиусом  $(\frac{2}{3})^2 R$ , с полостью радиусом  $(\frac{2}{3})^3 R$ . В этой полости опять находится полный шар и так далее...

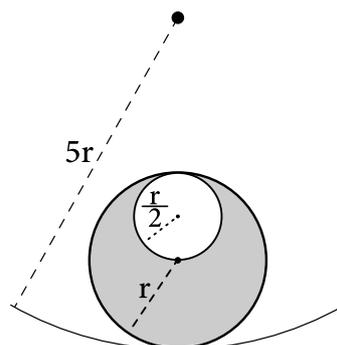
Определите момент инерции гнилого лука относительно оси симметрии показанной на рисунке, если масса лука равна  $M$ .



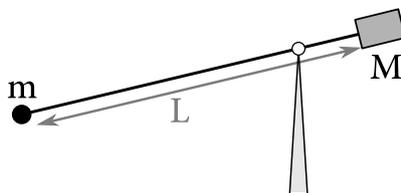
**38** Электрик Ферио опять взял свой старый известный контур (резисторы с сопротивлением  $R$ , конденсаторы с ёмкостью  $C$ , катушки с индуктивностью  $L$ , идеальные амперметры и провода). В этот раз он подключил контур к источнику переменного напряжения с амплитудой  $U$  и круговой частотой  $\omega$ . Какая амплитуда тока на амперметре?



**39** Погонщик Йонаш застрял со своим возом в яме радиуса  $5r$ . Когда он пытался воз вытащить, он оторвал одно колесо радиуса  $r$  а ещё в нем вырубил дыру радиуса  $r/2$ , как показано на рисунке. Он заметил, что оторванное колесо при движении по дну ямы совершает колебательное движение. Определите период колебаний поломанного колеса?



**40** Хеллбой хочет завоёвывать средневековые замки. С последнего посещения неименованного шведского магазина он принёс TREBÖCHET – балку без массы длиной  $L$ , груз весом  $M$ , ядро массой  $m$  и шарнир, вокруг которого должна балка поворачиваться. Но в методичке забыли указать, где именно расположить шарнир. На каком расстоянии от противовеса надо прикрепить шарнир, чтобы касательное ускорение ядра после опустения противовеса стало максимальным?



# Решения

$$1 \quad t = \frac{\sqrt{(a+b)^2 + c^2}}{v}$$

$$2 \quad 10,39 \text{ м/с}$$

3 Мартин, на 6 минут раньше.

$$4 \quad 34,5 \%$$

$$5 \quad \frac{t_1 - t_2}{2}$$

$$6 \quad \frac{2\pi r^2 v^2 \rho}{g}$$

$$7 \quad 11 \text{ см}$$

$$8 \quad \frac{u}{u+v} = \frac{1}{1 + \frac{v}{u}}$$

$$9 \quad \left[ \frac{2521}{177} a; \frac{13}{2} a \right]$$

$$10 \quad 80 \text{ см}$$

$$11 \quad 4,5 \text{ м}$$

$$12 \quad 60^\circ$$

$$13 \quad 3 \frac{U}{R}$$

$$14 \quad \frac{7}{9}$$

$$15 \quad 0^\circ$$

16 Приблизительно 95 мм.

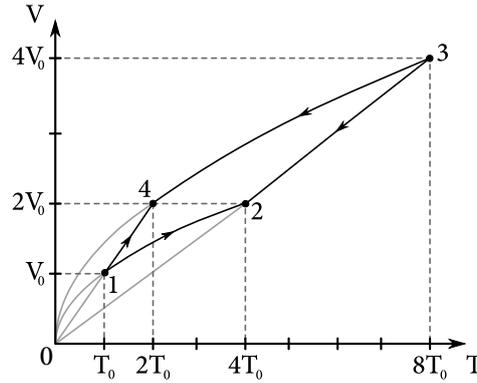
17 2,17 g. Принимайте решения, которые от этого не отличаются больше чем на 0,01 g.

$$18 \quad \frac{5M}{4m}$$

$$19 \quad \frac{4}{5}$$

**20** 230,9 км. Принимайте решения в диапазоне 229,9 км а́ж 231,9 км.

**21** Обратите внимание на то, чтобы у графиков на осях были все необходимые данные, у стрелок, отображающих протекание процесса, было правильное направление и чтобы прямые и параболы после продления пересекали начало координат. Участников можете спрашивать на форму данных кривых, чтобы проверить понимают-ли они, что это коренные функции.



**22** 116 м<sup>2</sup>

**23**  $\frac{\pi R^3 \rho}{3}$

**24**  $\arcsin\left(\frac{m}{M+m} \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)$

**25**  $\frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2}$

**26** 29,43 м/с.

**27** 1-раз – Напряжённость поля будет такой-же.

**28** 1,6 дм<sup>3</sup>

**29**  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2$

**30** Магнитное поле нулевое.

**31**  $\sin \varphi_0$

**32** 3 538 765 км<sup>2</sup>. Принимайте решения, которые от этого не отличаются больше чем на 10 000 км<sup>2</sup>.

**33**  $T = \frac{R^{3/2}}{\sqrt{GM}} (\pi + \sqrt{2})$

$$\boxed{34} \quad \frac{11}{61} \doteq 0,18 \text{ c}$$

$$\boxed{35} \quad \text{Первой на верх придёт Катка и её расстояние до Владка будет } \frac{2}{3}H.$$

$$\boxed{36} \quad \frac{Pt}{2\pi R}$$

$$\boxed{37} \quad \frac{126}{275}MR^2$$

$$\boxed{38} \quad U\sqrt{\frac{(3R - \omega^2RLC)^2 + (\omega R^2C + \omega L)^2}{R^4 + \omega^2R^2L^2}} = U\sqrt{\frac{(3R^2 + \omega^2L^2)^2 + (\omega R^3C - 2\omega RL + \omega^3RL^2C)^2}{R^3 + \omega^2RL^2}}$$

Принимайте и решения другой формы, если они не сильно сложнее и их можно легко проверить.

$$\boxed{39} \quad 2\pi\sqrt{\frac{145 \text{ r}}{32 \text{ g}}}$$

$$\boxed{40} \quad x = \sqrt{\frac{m}{m+M}}L$$